Пример: статистическая радиотехника – узкополосный случайный процесс

Один из вариантов модели «сигнал – шум», часто встречающийся в задачах статистической радиофизики, представляет собой сумму гармонической функции и нормально распределенной шумовой компоненты. Эта модель хорошо описывает передачу сигнала в электронных устройствах в условиях помех и называется *узкополосным нормальным процессом*.

Теория узкополосного процесса хорошо разработана. Он представим в виде

$$y(t)=E(t)\cdot\exp(i\cdot\Phi(t)), \qquad (27)$$

где случайные функции E(t) и Φ(t) называются, соответственно, его *огибающей* и *фазой* процесса. С другой стороны, его же можно записать в форме:

$$y(t)=A(t)\cdot\sin(\Omega\cdot t)+C(t)\cdot\cos(\Omega\cdot t), \qquad (28)$$

причем случайные функции A(t) и C(t) называются *квадратурными составляющими* нормального случайного процесса и имеют нормальное распределение. Последнее дает алгоритм моделирования такого процесса методом Монте-Карло.

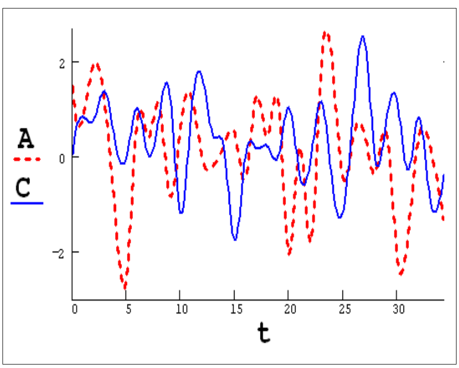

Рис. 56. *Квадратурные составляющие*

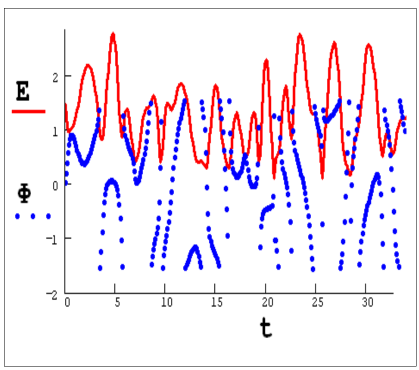

Рис. 57. *Огибающая и фаза*

Достаточно осуществить генерацию двух независимых нормальных выборок с математическим ожиданием, равным амплитуде сигнала, и дисперсией, равной интенсивности шума. Затем следует построить интерполяцию выборок, с тем, чтобы получить случайные функции A(t) и C(t). В завершение остается пересчитать саму выборку процесса y(t) по формуле (28) и вычислить огибающую и фазу процесса по формулам:

$$E^2=A^2+C^2, \tag{29}$$

$$tg(\Phi)=C/A. \tag{30}$$

Приведем в качестве примера генерацию процесса с отношением сигнал / шум, равным нулю, т.е. расчет огибающей и фазы шума (в условиях отсутствия сигнала). Графики его квадратурных составляющих A(t) и C(t) показаны на рис. 56, а огибающая и фаза приведены на рис. 57.

Выборочная функция корреляции случайной фазы приведена на рис. 58, а рис. 59 иллюстрирует примечательный факт отсутствия конечного значения дисперсии фазы узкополосного случайного процесса. Подобно рис. 47 и 55, рис. 59 представляет график зависимости выборочного значения дисперсии, вычисленного по формуле (2), от объема выборки. Видно, что асимптотического стремления к какому-либо пределу не наблюдается.

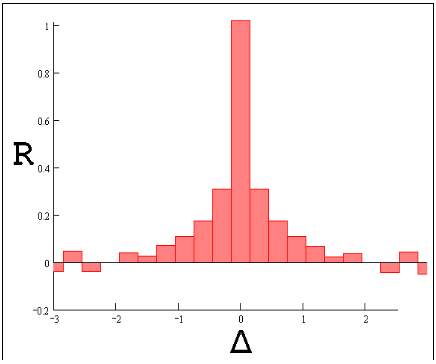

Рис. 58. *Функция корреляции случайной фазы*

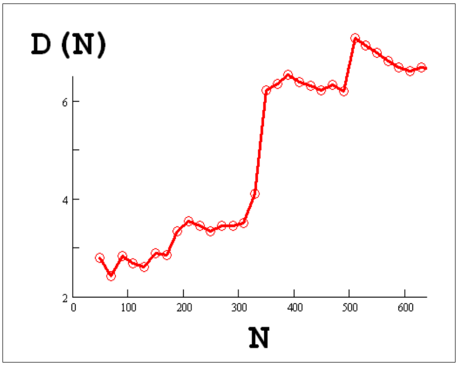

Рис. 59. *Выборочное значение дисперсии фазы как функция объема выборки*